

## Задача А. Цукерки

Формула -  $a + b - c$ .

## Задача В. Фрукти

Потрібно перевірити два твердження:  $a + c \geq n \cdot x$  та  $b + d \geq n \cdot y$ .

## Задача С. Щасливі квитки

Для того, щоб отримати перше число, потрібно  $n$  поділити на 100. Щоб отримати друге число, потрібно взяти залишок від ділення  $n$  на 100. Після цього потрібно перевірити чи кожне з цих чисел дає залишок від ділення на певне число 0.

## Задача D. П'ятірка

Напишемо рекурсивну функцію  $f(x)$ , яка буде перевіряти, чи число містить 5.

Якщо  $x = 0$ , то повертаємо `false`. Якщо залишок від ділення  $x$  на 10 - це 5, то значить ми знайшли п'ятірку та повертаємо `true`. Інакше ми повертаємо значення  $f(\frac{x}{10})$ .

## Задача Е. Відбір на фінал

Спочатку видалимо усіх учасників, які народили раніше 2007-го року. Вони ніяк не будуть впливати на відповідь.

Відсортуємо учасників по першому турі. Додамо у список усіх учасників, у кого принаймні стільки ж балів, скільки у  $k$ -го. Видалимо їх усіх зі списку.

Повторимо алгоритм для другого та третього турів.

## Задача F. ML

Нехай  $b_i = a_i - i + 1$ . Тоді  $a_i = b_i + i - 1$ .

Тоді формула виглядатиме так:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n |a_i - (x + i - 1)| \\ & \sum_{i=1}^n |(b_i + i - 1) - (x + i - 1)| \\ & \sum_{i=1}^n |b_i + i - 1 - x - i + 1| \\ & \sum_{i=1}^n |b_i - x| \end{aligned}$$

Можна помітити, що у цій формулі мінімум досягається, коли  $x$  рівний медіаному елементу.

## Задача G. Кристали

Давайте ми спочатку будемо використовувати лише звичайні запуски, а потім лише посилені запуски.

Нехай ми використали  $c_1$  звичайних запусків першого кристалу,  $c_2$  другого, і так далі. Нехай  $c_i > 0$ ,  $c_j > 0$ ,  $i \neq j$ ,  $a_i < a_j$ , тоді нам немає сенсу використовувати  $i$ -ий кристал у звичайному режимі, замість нього ми могли б використати кристал  $j$  та отримати більше. Отже, є сенс використовувати лише один кристал у звичайному режимі - кристал з максимальним  $a_i$ . Нехай  $a_m$  — максимальний  $a_i$ .

Але як зрозуміти, скільки разів нам потрібно його використовувати? У нас можуть бути кристали, у яких  $b_i > a_m$ . Тоді є сенс використовувати їх.

Відсортуємо  $b_i$  за спаданням. Видалимо усі  $b_i$ , які менші за  $a_m$ . Будемо брати  $b_i$  по черзі (у порядку спадання) доти, доки ми не отримаємо сумарно принаймні  $k$ . Якщо ж ми всі видалили, але

цього недостатньо, то будемо тепер використовувати  $a_m$  стільки разів, скільки потрібно. Нехай  $x$  — це та потрібна кількість використань  $a_m$ , щоб отримати  $k$ .

Отже, ми тепер можемо спочатку використати кристал  $m$  (той, у якого максимальне  $a_i$ )  $x$  разів ( $x$  може бути 0) у звичайному режимі, після цього використовувати кристали з максимальними  $b_i$  у посиленому режимі.

## Задача Н. Стовпчики

Можна помітити, що для  $k = 0$ , відповідь - це сума  $a_1 + \sum_i \max(0, a_i - a_{i-1})$ .

Якщо  $k = 1$ , то нам вигідно зробити так, щоб певне  $a_i$  було рівне або  $a_{i-1}$ , або  $a_{i+1}$ . У такому випадку дві послідовні  $a_i$  будуть однаковими, що є найбільш вигідним. Можна помітити, що при  $k = 1$ , задача фактично зводиться до того, що ми можемо видалити один елемент з  $a$ . Глянемо на приклад, нехай  $a = [3, 1, 4]$ . Якщо ми видалимо другий елемент, то буде  $[3, 4]$ . Якщо ми замінимо 1, наприклад, на 4, то вийде  $[3, 4, 4]$ . Тоді виходять два послідовні елементи, які фактично можна об'єднати в один.

Це саме можна сказати для будь-якого  $k$ . Задача зводиться до того, щоб видалити з масиву  $k$  чисел.

Можемо використати метод динамічного програмування. Нехай  $dp[i][j]$  - відповідь, якщо ми переглянули перші  $i$  елементів зліва, взяли  $i$ -ий елемент, і взяли  $j$  елементів сумарно. Формула виходить така:

$$dp[i][j] = \min_{k=1}^{i-1} dp[k][j-1] + \max(0, a_i - a_k)$$

Таке ДП можна порахувати за  $O(n^3)$ .

Задачу можна звести до того, щоб кожному  $dp[i][j]$  присвоїти мінімум з

1.  $dp[k][j-1]$ , де  $a_k > a_i$ .
2.  $(dp[k][j-1] - a_k) + a_i$ , де  $a_k \leq a_i$ .

Для швидкого підрахунку будемо зберігати  $2n$  дерев Фенвіка, половина з них буде відповідати за першу частину формули, а друга за другу. Звісно, тут також можна використовувати й дерева відрізків, проте потрібно сильно постаратися, щоб такий розв'язок не отримав ТЛ. Сумарна складність  $O(n^2 \log n)$ .